**КОГНИТИВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ**

**И УСПЕШНОСТЬ В РЕШЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ В СТАРШЕМ ШКОЛЬНОМ ВОЗРАСТЕ: КРОССКУЛЬТУРНЫЙ АНАЛИЗ[[1]](#footnote-2)**

© **2013 г. Т.Н. Тихомирова\*, С.Б. Малых\*\*, М.Г. Тосто\*\*\*, Ю.В. Ковас\*\*\*\***

*\*Кандидат психологических наук, старший научный сотрудник*

*Института психологии РАН, Москва;*

*e-mail:* *tikhoHYPERLINK "mailto:tikho@mail.ru"@HYPERLINK "mailto:tikho@mail.ru"mailHYPERLINK "mailto:tikho@mail.ru".HYPERLINK "mailto:tikho@mail.ru"ru*

**\*\****Академик РАО, доктор психологических наук, профессор, заместитель директора Психологического института РАО, Москва;*

*e-mail:* [*malykhsbHYPERLINK "mailto:tikho@mail.ru"@HYPERLINK "mailto:tikho@mail.ru"mailHYPERLINK "mailto:tikho@mail.ru".HYPERLINK "mailto:tikho@mail.ru"ru*](file:///C%3A%5CUsers%5Cnyulfaculty%5CAppData%5CLocal%5CMicrosoft%5CWindows%5CTemporary%20Internet%20Files%5CContent.IE5%5CX00LHN2F%5Cmalykhsb%40mail.ru)

**\*\*\*** *Доктор психологических наук, научный сотрудник Международной лаборатории междисциплинарных исследований индивидуальных различий в обучении, Голдсмитс, Университет Лондона, Лондон;*

*e-mail:* *m.tosto@gold.ac.uk*

**\*\*\*\*** *Доктор психологических наук, заведующая Лабораторией*

*когнитивных исследований и психогенетики Национального исследовательского Томского госуниверситета, Томск; директор Международной лаборатории междисциплинарных исследований индивидуальных различий в обучении, Голдсмитс, Университет Лондона, Лондон;*

*e-mail:* *y.**kovas@gold.ac.uk*

**АННОТАЦИЯ**

*Представлены результаты кросскультурного анализа структуры взаимосвязей когнитивных характеристик – чувства числа, пространственной памяти и скорости переработки информации, – и индивидуальных различий в успешности* *в решении математических заданий обучающихся старшего школьного возраста Российской Федерации и Великобритании. Дисперсионный анализ показал статистически значимый эффект фактора принадлежности к государству для всех анализируемых показателей.* *Регрессионный анализ* *выявил универсальные когнитивные предикторы успешности решения математических заданий: 1) умение точно устанавливать позицию числа на ментальной линии, 2) умение сравнивать не символически выраженные количества и 3) объем пространственной памяти. Результаты кросскультурного анализа интерпретируются в контексте особенностей образовательных систем двух государств.*

*Ключевые слова:* кросскультурный анализ, образовательная среда, индивидуальные различия, половые различия, скорость переработки информации, пространственная память, чувство числа, успешность в решении математических заданий, старший школьный возраст

Актуальность исследования взаимосвязей когнитивных характеристик и успешности в различных академических дисциплинах обусловлена, прежде всего, четкой практической ориентацией и связана, в частности, с разработкой индивидуально-ориентированных систем обучения.

Проблема взаимосвязей когнитивных характеристик и успешности в обучении активно разрабатывается в трех областях психологической науки:

* в психогенетических исследованиях, где предметом анализа становится изучение вклада генетических и средовых факторов в выраженность индивидуальных различий в успешности в различных дисциплинах (Малых, 2009; Ковас, Тихомирова, Малых, 2011; Plomin, DeFries, Knopik, Neiderhiser, 2012; Kovas, Haworth, Dale, Plomin, 2007 и др.).
* в междисциплинарных исследованиях, где изучаются когнитивные особенности людей с различными генетическими заболеваниями **(Van Herwegen,** Ansari, Xu, Karmiloff-Smith, 2008; Murphy, Mazzocco, 2008; Fuchs, Fuchs, 2007; Bennetto, Pennington, Porter, Taylor, Hagerman, 2001 и др.).
* в исследованиях в области когнитивной психологии, в которых традиционно подчеркивается не только взаимосвязь когнитивных показателей и успешности в обучении, но и несоответствие уровня когнитивного развития и учебных достижений (Дружинин, 1995, 2007; Тихомирова, 2011; Deary, Strand, Smith, Fernandes, 2007; Gottfredson, 2004 и др.; Butterworth, Kovas, 2013).

Следует отметить, что при анализе дисциплин академического цикла в данной работе будет сделан акцент на исследование успешности в решении математических заданий. Актуальность изучения когнитивных основ как достижений, так и низкой индивидуальной результативности в математике обосновывается в ряде исследований (Butterworth, Varma, Laurillard, 2011; Wai, 2008; Kovas, Petrill, Plomin, 2007 и др.) и связывается с развитием, в частности, всех наукоемких отраслей в обществе.

Результаты исследований в области когнитивной психологии демонстрируют, что успешность в обучении математике оказывается взаимосвязанной с такими когнитивными характеристиками как общий интеллект (Deary et al., 2007; Sternberg, Grigorenko, Bundy, 2001 и др.), различные аспекты чувства числа (Mazzocco, Feigenson & Haberda, 2011; Halberda et al., 2008; Opfer et al., 2007;  Siegler et al., 2003 и др.), особенности пространственной памяти (Bull et al., 2010; Bull et al., 2008; Halpern, Benbow, Geary, Gur, Hyde, Gernsbacher, 2007; Pagulayan et al., 2006 и др.) и скорость переработки информации (Semmes et al., 2011; Deary et al., 2001 и др.).

Однако следует отметить, что исследования структуры взаимосвязей когнитивных характеристик и индивидуальных различий в успешности в математике на разных социокультурных выборках показывают диаметрально противоположные результаты (например, Тихомирова, Ковас, 2013; Inglis et al, 2011; Soltész et al, 2010; Halberda et al., 2008). Так, результаты исследований на выборке США демонстрируют, что индивидуальные различия в чувстве числа коррелируют с успешностью выполнения стандартизированных математических тестов в 14-летнем возрасте и более младших возрастах, при контроле других когнитивных способностей (Halberda et al., 2008). В то же время, результаты пилотажного исследования, проведенного на выборке обучающихся старших классов Российской Федерации, констатируют, что значимым предиктором успешности в решении математических заданий оказывается показатель пространственной памяти, а показатели чувства числа не обнаруживают взаимосвязей с успешностью в математике (Тихомирова, Ковас, 2013). Результаты еще одного исследования, проведенного на выборке детей дошкольного возраста Венгерской Республики, также не обнаруживают взаимосвязи между чувством числа и успешностью решения математических заданий при контроле показателей кратковременной памяти, знания чисел и других когнитивных характеристик (Soltész et al, 2010).

Предположительно, несовпадение результатов имеющихся работ в области взаимосвязи, например, чувства числа и успешности в математике может объясняться изменением направления и качества взаимосвязей в зависимости от социокультурных условий, включающих, в том числе, и условия образовательной макросреды. Также наблюдаемые различия могут объясняться возрастными особенностями участников исследований. Эти предположения подчеркивают необходимость проведения кросскультурных исследований на различных возрастных группах по данной проблематике. С методологической точки зрения именно кросскультурный анализ является одним из эффективных путей выявления универсальных и культуро-специфичных когнитивных предикторов успешности в дисциплинах академического цикла (Matsumoto, Van de Vijver, 2011; Van de Vijver, 2006).

Однако, исследования подобного рода практически отсутствуют в отличие от культурно-сравнительного анализа математических достижений обучающихся, в котором стабильно подчеркивается первенство Китая, Сингапура и Кореи (PISA, [www.pisa.oecd.org](http://www.pisa.oecd.org)). Старшеклассники из России, согласно международному рейтингу математической успешности (PISA, [www.pisa.oecd.org](http://www.pisa.oecd.org)), занимают позиции ниже среднего (39-ое место из 65-ти возможных), а рейтинг Великобритании оказывается выше среднего (27-ое место). Следовательно, анализ популяционных групп Российской Федерации (уровень математической успешности – ниже среднего) и Великобритании (выше среднего) наилучшим образом должен обеспечить поиск универсальных и культуро-специфичных когнитивных предикторов успешности в выполнении тестовых математических заданий.

Также следует отметить, что распространенным предметом кросскультурных исследований когнитивных характеристик является проблема гендерных различий, где исследователи также получают противоположные результаты. С одной стороны, ряд исследований подтверждает наличие гендерных различий в различного рода тестовых показателях когнитивных способностей (например, Bull et al., 2010, Colom, Lynn, 2004). С другой стороны, многие исследователи не находят гендерных различий в когнитивных показателях и успешности в обучении (например, Kovas et al., 2007). Утверждается, что объяснение многих гендерных различий следует искать в социокультурных нормах, приписывающих различные типы поведения в соответствии с биологическим полом (Lynn, Irwing, 2004; Bull et al., 1999).

Òàêèì îáðàçîì, теоретический анализ продемонстрировал правомерность кросскультурного подхода к анализу структуры взаимосвязей когнитивных характеристик и успешности в решении математических заданий, который предполагает решение основных вопросов, связанных с особенностями формирования индивидуальных различий в успешности в математике.

 При этом öåëüþ äàííîé ðàáîòû ÿâëÿåòñÿ èññëåäîâàíèå выборок обучающихся старшего школьного возраста (15-17 лет) из Российской Федерации и Великобритании на предмет:

* кросскультурных различий в показателях чувства числа, пространственной памяти, скорости переработки информации и успешности в решении математических заданий;
* гендерных различий в исследуемых когнитивных характеристиках и в показателях успешности решения математических заданий на исследуемых выборках;
* когнитивных характеристик как предикторов успешности решения математических заданий.

**МЕТОДИКА**

В исследовании приняли участие 894 обучающихся старшего школьного возраста, из них 447 испытуемых из Российской Федерации (средний возраст – 16,48, стандартное отклонение – 0,99, 42,1 % юношей) и 447 испытуемых из Великобритании (средний возраст – 16,52, стандартное отклонение – 0,25, 42,1 % юношей). Российские испытуемые обучались в 10-11 классах государственных образовательных учреждений Московской и Ленинградской областей. Выборка Великобритании сформирована на базе близнецового регистра Великобритании TEDS – лонгитюдного исследования раннего развития около 10000 близнецовых пар *(*[*http://www.teds.ac.uk/*](http://www.teds.ac.uk/)*)* путем случайного выбора одного близнеца из пары и подбора по полу и критерию обучения на 10-11-м году в государственной школе Лондона и пригородов. Все испытуемые имели нормальное или скорректированное зрение. На участие обучающихся в данном исследовании были получены индивидуальные письменные согласия от родителей участников.

В качестве диагностического инструмента были использованы русско- и англоязычная версии тестовой батареи, разработанной в Международной лаборатории междисциплинарных исследований индивидуальных различий в обучении (Голдсмитс, Университет Лондона); проведена валидизация для каждой выборки.

Субтесты предъявлялись испытуемым в определенной последовательности: 1) «Точки и числа» *(соотнесение символически и не символически выраженного количества)*, 2) «Числовая линия» *(выбор позиции числа на линии «0 – 1000»)*, 3) «Чувство числа» *(восприятие количества объектов без счета)*, 4) «Время реакции выбора» *(скорость переработки информации)*, 5) «Верно или неверно?» *(решение математических заданий с ограничением во времени – математическая беглость)*, 6) «Последовательности» *(объем визуально-пространственной памяти)*, 7) «Понимание чисел» *(решение математических заданий без ограничения во времени)*. С подробным описанием субтестов можно ознакомиться в статье Т.Н. Тихомировой и Ю.В. Ковас (Тихомирова, Ковас, 2013).

Тестирование проводилось строго по разработанному протоколу под постоянным контролем экспериментатора. Среднее время выполнения всех субтестов составляло около 1,5 академических часов. Анализ результатов осуществлялся на базе обезличенных персональных данных.

**РЕЗУЛЬТАТЫ**

В соответствии с методологией проведения культурно-сравнительных исследований был проведен анализ эквивалентности (Berry, Poortinga, Segall, Dasen, 2002). Факторный анализ анализируемых показателей на выборках России и Великобритании обнаружил инвариантную факторную структуру когнитивных показателей и показателей успешности в решении математических заданий, выявив один фактор и объяснив 50% дисперсии показателей в обеих выборках. Этот факт может рассматриваться как условие структурной эквивалентности данных. Эквивалентность перевода инструкций к тестовым заданиям достигнута последующим независимым обратным переводом специалистов, говорящих на русском и английском языках. Таким образом, количественные различия между паттернами полученных оценок допустимо сравнивать в кросскультурном контексте.

В рамках кросскультурного исследования анализировались показатели по тестам чувства числа, пространственной памяти, скорости переработки информации и успешности решения математических заданий. Описательные статистики показателей по анализируемым тестам представлены в табл. 1.

Таблица 1.Средние значения и стандартные отклонения тестовых показателей

|  |  |
| --- | --- |
| Тесты, показатели | Среднее значение(стандартное отклонение) |
| Российская ФедерацияRussia | ВеликобританияUK |
|  «Точки и числа», правильные ответыDot Number | 19.62 (7.81) | 24.51 (2.98) |
| «Числовая линия», среднее отклонениеNumber Line | 44.83 (19.97) | 34.68 (14.24) |
| «Чувство числа»,правильные ответыNumber sense | 100.37 (17.54) | 116.19 (10.02) |
| «Верно или неверно?»,правильные ответыPVT | 34.88 (8.22) | 36.08 (6.80) |
| «Время реакции выбора», среднее время реакцииRT | 0.80 (0.25) | 0.69 (0.16) |
| «Последовательности»,правильные ответыCorsi | 4.68 (2.24) | 5.70 (1.97) |
| «Понимание чисел»,правильные ответыUnderstanding Number | 9.84 (4.49) | 12.00 (4.39) |

В табл. 1 для всех тестов, кроме тестов «Числовая линия» и «Время реакции выбора, среднее время реакции», указано среднее значение количества правильных ответов; для теста «Числовая линия» – среднее отклонение отмеченной испытуемым позиции на линии от действительной позиции каждого числа; для теста «Время реакции выбора, среднее время реакции» – среднее значение времени реакции на правильные ответы в секундах.

Минимально и максимально возможное количество баллов по тестам составляет: «Точки и числа» – от 0 до 32; «Чувство числа» – от 0 до 150; «Верно или неверно?» – от 0 до 48; «Последовательности» – от 0 до 12; «Понимание чисел» – от 0 до 18.

*Дисперсионный анализ*

В настоящей работе с помощью двухфакторного дисперсионного анализа изучалось влияние фактора принадлежности к государству (Российская Федерация и Великобритания) и фактора принадлежности к полу. В качестве зависимой переменной последовательно выступали показатели по трем тестам чувства числа, скорости переработки информации, пространственной памяти и успешности решения математических заданий.

Для проверки гипотезы о том, что все распределения зависимых переменных для сравниваемых выборок имеют одинаковые дисперсии, использовался критерий равенства дисперсий Ливиня Levene’s. Для тестов «RT Время реакции выбора» и « Dot Number Точки и числа» уровень значимости оказался меньше, чем 0.05. Этот факт говорит о неравенстве дисперсий по этим тестовым показателям. Для всех остальных тестов уровень значимости оказался больше, чем 0.05, что говорит о равенстве дисперсий в двух популяциях по этим показателям.

В табл. 2 представлены обобщенные результаты двухфакторного дисперсионного анализа, где фактор «Государство» – фактор принадлежности испытуемых к Российской Федерации или Великобритании, а фактор «Пол» – фактор принадлежности к полу; в качестве зависимых переменных последовательно выступили показатели по анализируемым тестам.

**Таблица 2.** Оценка влияния факторов принадлежности к государству и полу на тестовые показатели

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Анализируемый эффект | Тестовый показатель | Сумма квадратов(SS) | Критерий Фишера(F) | Уровень значимости(p) | Размер эффекта(ƞ2)  |
| Фактор «Государство»Country | «Точки и числа»dot number | 2933.67 | 83.44 | 0.00 | 0.15 |
| «Числовая линия»number line | 28862.08 | 29.99 | 0.00 | 0.06 |
| «Чувство числа»number sense | 30389.13 | 148.67 | 0.00 | 0.24 |
| «Верно или неверно?»pvt | 218.73 | 3.77 | 0.05 | 0.01 |
| «Последовательности»corsi | 125.60 | 28.34 | 0.00 | 0.06 |
| «Понимание чисел»understanding number | 631.92 | 31.85 | 0.00 | 0.06 |
| «Время реакции выбора»RT | 1.39 | 17.39 | 0.00 | 0.04 |
| Фактор «Пол» Sex  | «Точки и числа» | 20.73 | 0.59 | 0.44 | 0.00 |
| «Числовая линия» | 2457.73 | 2.56 | 0.11 | 0.00 |
| «Чувство числа» | 181.09 | 0.87 | 0.35 | 0.00 |
| «Верно или неверно?» | 368.07 | 6.35 | 0.01 | 0.02 |
| «Последовательности» | 11.39 | 2.57 | 0.11 | 0.00 |
| «Понимание чисел» | 23.39 | 1.18 | 0.28 | 0.00 |
| «Время реакции выбора» | 0.06 | 0.69 | 0.41 | 0.00 |
| Взаимодействие факторовInteraction | «Точки и числа» | 92.87 | 2.64 | 0.11 | 0.00 |
| «Числовая линия» | 73.39 | 0.08 | 0.78 | 0.00 |
| «Чувство числа» | 644.24 | 3.15 | 0.08 | 0.01 |
| «Верно или неверно?» | 118.65 | 2.05 | 0.15 | 0.00 |
| «Последовательности» | 2.70 | 0.61 | 0.44 | 0.00 |
| «Понимание чисел» | 140.14 | 7.05 | 0.01 | 0.02 |
| «Время реакции выбора» | 0.12 | 1.47 | 0.23 | 0.00 |

Из табл. 2 видно, что эффект фактора «Государство» оказался статистически значимым для показателей по всем анализируемым тестам. При этом наибольший размер эффекта принадлежности к государству получен для показателей чувства числа по тестам «Чувство числа» (ƞ2 =0.24, p=0.00) и «Точки и числа» (ƞ2 =0.15, p=0.00). Наименьший размер эффекта влияния фактора «Государство» получен для теста математической успешности с ограничением во времени «Верно или неверно?» (менее 1% дисперсии этого показателя при p=0.05). Для второго теста успешности в решении математических заданий («Понимание чисел») эффект фактора принадлежности к государству объяснил 6 % дисперсии этого показателя.

Результаты констатируют значимые различия средних между двумя анализируемыми выборками по всем анализируемым когнитивным тестам и тестам математической успешности в пользу британских старшеклассников (см. табл.1).

Эффект фактора «Пол» оказался значимым только для теста успешности решения математических заданий – «Верно или неверно?». При этом юноши оказались более успешны в решении математических заданий с ограничением во времени, чем девушки (среднее значение юношей = 36.45, стандартное отклонение = 8.11; среднее значение девушек = 34.70 стандартное отклонение = 7.34). Однако следует отметить, что размер эффекта принадлежности к полу – незначительный (2% дисперсии анализируемого тестового показателя).

Эффект взаимодействия факторов принадлежности к государству и полу оказался значимым только для теста математической успешности без ограничения во времени – «Понимание чисел» – при незначительном размере этого эффекта (ƞ2=0.02, p=0.01). Результаты множественных сравнений с поправкой Бонферрони показали значимые различия между группами: 1) российских девушек и британских юношей (*p*>0.01) и 2) российских и британских юношей (*p*>0.01).

Таким образом, дисперсионный анализ показал значимость влияния фактора принадлежности к государству на все когнитивные показатели и успешность школьников старших классов в решении математических заданий с размерами эффектов от 0.01 до 0.24. Эффект влияния факторов пола и взаимодействия факторов пола и государства оказался незначительным.

*Корреляционный анализ*

На втором этапе анализа были изучены взаимосвязи между различными когнитивными показателями и показателями успешности решения математических заданий на каждой социокультурной выборке и для всех испытуемых в целом.

В табл. 3 представлены коэффициенты корреляции Пирсона, полученные на выборке Российской Федерации и Великобритании. Количественная оценка тесноты связи проведена на основании шкалы Чеддока (Chaddock, 1925).

Таблица 3. Матрица взаимных корреляций когнитивных показателей и тестов успешности решения математических заданий на выборке России (первая строка)

и Великобритании (вторая строка)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Показатели по тестам | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) |
| «Точки и числа» (1)Dot number | 1.00 | -0.17\*\*-0.17\*\* | 0.46\*\*0.27\*\* | 0.11\*0.32\*\* | 0.24\*\*0.17\*\* | 0.16\*\*0.27\*\* | -0.38\*\*-0.23\*\* |
| «Числовая линия» (2)number line | -0.17\*\*-0.17\*\* | 1.00 | -0.28\*\*-0.21\*\* | -0.35\*\*-0.40\*\* | -0.28\*\*-0.32\*\* | -0.33\*\*-0.44\*\* | -0.020.25\*\* |
| «Чувство числа» (3)number sense | 0.46\*\*0.27\*\* | -0.28\*\*-0.21\*\* | 1.00 | 0.34\*\*0.38\*\* | 0.38\*\*0.22\*\* | 0.30\*\*0.40\*\* | -0.38\*\*-0.24\*\* |
| «Верно или неверно?» (4)PVT | 0.11\*0.32\*\* | -0.35\*\*-0.40\*\* | 0.34\*\*0.38\*\* | 1.00 | 0.32\*\*0.35\*\* | 0.52\*\*0.67\*\* | -0.02-0.28\*\* |
| «Последовательности» (5)corsi | 0.24\*\*0.17\*\* | -0.28\*\*-0.32\*\* | 0.38\*\*0.22\*\* | 0.32\*\*0.35\*\* | 1.00 | 0.27\*\*0.41\*\* | -0.21\*-0.17\*\* |
| «Понимание чисел» (6)Understanding number | 0.16\*0.27\*\* | -0.33\*\*-0.44\*\* | 0.30\*\*0.40\*\* | 0.52\*\*0.67\*\* | 0.27\*\*0.41\*\* | 1.00 | -0.05-0.36\*\* |
| «Время реакции выбора» (7)RT | -0.38\*\*-0.23\*\* | 0.030.25\*\* | -0.38\*\*-0.24\*\* | -0.08-0.28\*\* | -0.21\*\*-0.17\*\* | -0.02-0.36\*\* | 1.00 |

*Ïðèìå÷àíèå: êîýôôèöèåíòû êîððåëÿöèè, отмеченные знаком \*, çíà÷èìû íà óðîâíå 0,05; êоэффициенты корреляции, отмеченные знаком \*\*, значимы на уровне p<0.01.*

Как и предполагалось, на российской и британской выборках обнаружена статистически достоверная положительная взаимосвязь между двумя показателями успешности выполнения математических заданий, измеренными «скоростным» тестом «Верно или неверно?», включающим арифметические действия с числами и дробями, и не столь жестко лимитированным по времени тестом «Понимание чисел», состоящим из алгебраических, геометрических и логических заданий. Следует отметить, что коэффициент корреляционной связи на российской выборке составляет r=0.52 при *p*<0.01 и по шкале Чеддока может оцениваться как умеренный, или заметный (Chaddock, 1925). На британской выборке также обнаружена умеренная корреляционная связь этих показателей (r=0.67; *p*<0.01). Этот результат говорит о возможном использовании различных когнитивных, мотивационных и эмоциональных ресурсов при решении математических заданий с ограничениями и без ограничений во времени.

При анализе корреляционной матрицы на выборке России представляется необходимым отметить высокое количество умеренных статистически достоверных взаимосвязей между рассматриваемыми когнитивными характеристиками и показателями успешности в решении математических заданий.

Так, показатель математической беглости (тест «Верно или неверно?) оказался связанным с когнитивными показателями по тестам чувства числа и пространственной памяти. Следует отметить, что наиболее выраженную корреляционную связь показатель математической беглости обнаруживает с когнитивными показателями чувства числа (r =–0.35, p<0.01 – для теста «Числовая линия» и r=0.34, p<0.01 – для теста «Чувство числа»). Этот факт хорошо согласуется с результатами исследований, проведенными на выборке английских 14-летних школьников (Halberda et al., 2008). Умеренный коэффициент корреляции обнаружен и с показателем по тесту «Последовательности» (r=0.32, p<0.01). Этот результат также неоднократно был зафиксирован в исследованиях взаимосвязи пространственной памяти с индивидуальными различиями в успешности в математических дисциплинах (Halpern et al., 2007).

Второй показатель успешности решения математических заданий (тестовый показатель «Понимание чисел») также обнаружил достоверные корреляционные связи с когнитивными показателями чувства числа (по тестам «Точки и числа», «Числовая линия» и «Чувство числа») и пространственной памяти. При этом наиболее выраженный коэффициент корреляции был получен с когнитивным показателем по тесту «Числовая линия» (r=-0.33, p<0.01).

Среди анализируемых параметров когнитивного развития показатели чувства числа и пространственной памяти коррелируют друг с другом с различной степенью выраженности – от слабой до умеренной. Наиболее выраженные корреляции получены для двух показателей чувства числа – по тесту «Точки и числа», диагностирующему умение соотнесить символически и не символически выраженное количества и по тесту «Чувство числа», который определяет способность сравнивать не символически выраженное количество (r=0.46, p<0.01).

Обращает на себя внимание тот факт, что наименьшее количество значимых корреляционных связей на российской выборке обнаружено для показателя скорости переработки информации. В частности, этот показатель оказался несвязанным с двумя тестовыми показателями успешности решения математических заданий и показателем по тесту «Числовая линия».

Согласно полученным результатам корреляционного анализа, выполненного на выборке российских школьников, можно предположить, что, с одной стороны, лучше справляются с математическими заданиями те испытуемые, которые имеют более высокие показатели развития чувства числа и пространственной памяти, или, с другой стороны, успешные в выполнении математических заданий школьники обладают более развитым чувством числа и пространственной памятью.

При анализе матрицы взаимных корреляций когнитивных показателей и успешности в математике на выборке школьников Великобритании наблюдаются сходные с российской выборкой тенденции взаимосвязей.

Тем не менее, при наличии сходных тенденций следует отметить более выраженные по силе линейные взаимосвязи между показателями успешности школьников Великобритании в решении математических заданий и когнитивными показателями. Так, наибольшие коэффициенты корреляции обнаруживает показатель успешности решения математических заданий по тесту «Понимание чисел» со всеми анализируемыми показателями когнитивного развития, в отличие от российской выборки, где наиболее выраженные взаимосвязи обнаруживает первый показатель успешности в решении математических заданий – тест «Верно или неверно?». В частности, коэффициент корреляции этого математического показателя с чувством числа по тесту «Числовая линия» на английской выборке достигает значения по модулю в 0.44 при p<0.01.

Еще одним отличием корреляционного анализа российских и английских данных является наличие в результатах школьников Великобритании взаимосвязей скорости переработки информации с двумя показателями успешности в решении математических заданий – умеренной (для теста «Понимание чисел») и слабой (для теста «Верно или неверно?»). Таким образом, лучших результатов в выполнении тестовых математических заданиях показывают старшеклассники, которые обладают более высокой скоростью переработки информации. В российской выборке эта взаимосвязь не достигает статистической значимости.

В целом, результаты корреляционного анализа, проведенного на выборках России и Великобритании, демонстрируют сходные взаимосвязи между когнитивными характеристиками и успешностью в математике. Следует отметить, что особенностью корреляционных матриц, полученных на выборке Великобритании, является увеличение статистически значимых корреляционных связей показателя скорости переработки информации с результатами по всем анализируемым тестам.

*Множественный регрессионный анализ*

В рамках регрессионного анализа когнитивные характеристики (чувство числа, скорость переработки информации, пространственная память) рассматривались в качестве предикторов двух тестовых показателей успешности решения математических заданий отдельно для каждой выборки. На объединенной выборке в качестве предикторов показателей успешности решения математических заданий рассматривались когнитивные характеристики и принадлежность к государству.

Результаты множественного регрессионного анализа на показатель математической беглости (тест «Верно или неверно?») представлены в табл. 4.

Таблица 4. Результаты множественного регрессионного анализа внутри каждой выборки на показатель по тесту «Верно или неверно?» PVT

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Государство (число испытуемых) | Предикторы | β | B | Стандартная ошибка B  | 95%-й доверительный интервал для В |
| Российская Федерация(447)Russia | «Точки и числа» | -0.05 | -0.06 | 0.07 | -0.18 | 0.08 |
| «Числовая линия» | -0.20*\*\** | -0.07 | 0.02 | -0.12 | -0.03 |
| «Чувство числа» | 0.30*\*\** | 0.14 | 0.03 | 0.08 | 0.20 |
| «Последовательности» | 0.20*\*\** | 0.71 | 0.23 | 0.26 | 1.15 |
| «Время реакции выбора» | 0.06 | 1.63 | 1.73 | -1.78 | 5.03 |
| Великобритания(447)UK | «Точки и числа» | 0.17*\*\** | 0.36 | 0.12 | 0.14 | 0.61 |
| «Числовая линия» | -0.25*\*\** | -0.12 | 0.03 | -0.18 | -0.07 |
| «Чувство числа» | 0.22*\*\** | 0.15 | 0.04 | 0.08 | 0.23 |
| «Последовательности» | 0.19*\*\** | 0.67 | 0.20 | 0.28 | 1.06 |
| «Время реакции выбора» | -0.10 | -3.75 | 2.18 | -8.03 | 0.54 |
| Общая выборка(894)combined | «Государство»Country | 0.25*\*\** | 3.84 | 0.69 | 2.48 | 5.20 |
| «Точки и числа»dot number | -0.02 | -0.03 | 0.05 | -0.13 | 0.08 |
| «Числовая линия»number line | -0.22*\*\** | -0.08 | 0.02 | -0.12 | -0.05 |
| «Чувство числа»number sense | 0.35*\*\** | 0.17 | 0.03 | 0.12 | 0.21 |
| «Последовательности»corsi | 0.19*\*\** | 0.68 | 0.15 | 0.38 | 0.98 |
| «Время реакции выбора»RT | 0.01 | 0.04 | 1.29 | -2.49 | 2.57 |
| *Примечание: êîýôôèöèåíòû ðåãðåññèè, îòìå÷åííûå\*\*, çíà÷èìû íà óðîâíå p<0.01.*  |

Для российской выборки тремя значимыми предикторами успешности решения математических заданий с ограничением во времени оказались показатели по тестам: 1) «Числовая линия», характеризующий способность точно устанавливать позицию числа на линии, 2) «Чувство числа», направленный на измерение способности к сравнению не символически выраженных множеств, и 3) «Последовательности», который диагностирует уровень развития пространственной памяти (*R*2= 0.22; скорректированный *R*2= 0.20; *F* = 13.47; *р* = 0.00).

На выборке школьников Великобритании все анализируемые тестовые показатели чувства числа («Точки и числа», «Числовая линия», «Чувство числа») и показатель пространственной памяти оказались значимыми предикторами математической беглости (*R*2= 0.33; скорректированный *R*2 = 0.31; *F* = 24.83; *р*= 0.01).

Множественная регрессия на показатель математической беглости также была проведена на объединенной выборке с включением в качестве предикторов когнитивных характеристик и принадлежности к государству. Показано, что факт принадлежности к государству является значимым предиктором математической беглости (β=0.25 при *р*< 0.01). Кроме того, показано, что значимыми предикторами математической беглости оказались тестовые показатели чувства числа – «Числовая линия» (β=–0.22 при *р*< 0.01) и «Чувство числа» (β=0.35 при *р*< 0.01) – и пространственной памяти – «Последовательности» (β=0.19 при *р*< 0,01), объясняя 24% дисперсии математической беглости (*R*2= 0.25; скорректированный *R*2 = 0.24; *F* = 27.59; *р*= 0.00).

Множественная регрессия была применена также для анализа второго показателя успешности решения математических заданий с помощью когнитивных характеристик, рассматриваемых в качестве предикторов для каждой из исследуемых выборок. В качестве зависимой переменной выступал показатель по тесту «Понимание чисел». Результаты множественной регрессии представлены в табл. 5.

Таблица 5. Результаты множественного регрессионного анализа внутри каждой выборки на показатель по тесту «Понимание чисел» Understanding Number

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Государство (число испытуемых) | Предикторы | β | B | Стандартная ошибкаB | 95%-й доверительный интервал для В |
| Российская Федерация(447) | «Точки и числа» | 0.01 | 0.01 | 0.04 | -0.07 | 0.08 |
| «Числовая линия» | -0.18\*\* | -0.04 | 0.01 | -0.06 | -0.01 |
| «Чувство числа» | 0.24\*\* | 0.06 | 0.02 | 0.03 | 0.09 |
| «Последовательности» | 0.16\* | 0.31 | 0.13 | 0.06 | 0.57 |
| «Время реакции выбора» | 0.11 | 1.65 | 0.98 | -0.28 | 3.58 |
| Великобритания(442) | «Точки и числа» | 0.08 | 0.11 | 0.08 | -0.04 | 0.26 |
| «Числовая линия» | -0.26\*\* | -0.08 | 0.02 | -0.12 | -0.05 |
| «Чувство числа» | 0.23\*\* | 0.11 | 0.02 | 0.06 | 0.15 |
| «Последовательности» | 0.23\*\* | 0.55 | 0.12 | 0.31 | 0.79 |
| «Время реакции выбора» | -0.19\*\* | -4.73 | 1.34 | -7.36 | -2.10 |
| Общая выборка(889) | «Государство» | 0.09\* | 0.81 | 0.41 | 0.01 | 1.61 |
| «Точки и числа» | -0.01 | -0.01 | 0.03 | -0.06 | 0.06 |
| «Числовая линия» | -0.22\*\* | -0.05 | 0.01 | -0.07 | -0.03 |
| «Чувство числа» | 0.31\*\* | 0.06 | 0.02 | 0.06 | 0.11 |
| «Последовательности» | 0.19\*\* | 0.39 | 0.09 | 0.21 | 0.56 |
| «Время реакции выбора» | 0.01 | 0.10 | 0.76 | -1.40 | 1.60 |
| *Примечание: êîýôôèöèåíòû êîððåëÿöèè, îòìå÷åííûå çíàêîì*\**, çíà÷èìû íà óðîâíå p<0.05; êоэффициенты корреляции, отмеченные знаком* \**\*, значимые на уровне р < 0.01.* |

Для российской выборки значимыми предикторами успешности решения математических заданий оказались показатели по тестам: 1) «Числовая линия», характеризующий способность точно устанавливать позицию числа на линии, 2) «Чувство числа», направленный на измерение способности к сравнению несимволически выраженных множеств, и 3) «Последовательности», который диагностирует уровень развития пространственной памяти (*R*2 = 0.16; скорректированный *R*2 = 0.15; F = 9.49; *р*= 0.00).

Результаты множественной регрессии на показатель по тесту «Понимание чисел», проведенные на выборке Великобритании, продемонстрировали, что показатели по двум тестам чувства числа, пространственной памяти и скорости переработки информации оказались значимыми предикторами успешности в решении математических заданий, объяснив 38% дисперсии этого показателя (*R*2 = 0.39; скорректированный *R*2 = 0.38; F = 32.58; *р*< 0.01).

Множественная регрессия на показатель по тесту «Понимание чисел» с включением когнитивных характеристик и принадлежности к государству также была проведена на объединенной выборке. Показано, что принадлежность к государству является значимым предиктором второго показателя математической успешности (β=0.09 при *р*< 0.05). Также как и для показателя математической беглости, для второго показателя математической успешности выявлены три аналогичных когнитивных предиктора: 1) «Числовая линия», 2) «Чувство числа» и 3) «Последовательности». Множественная регрессия показала, что 23% дисперсии показателя по тесту «Понимание чисел» объяснено с помощью принадлежности к государству и когнитивных характеристик (*R*2 = 0.24; скорректированный *R*2 = 0.23; *F* = 27.02; *р*= 0.00).

**ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ**

Дисперсионный анализ выявил статистически значимый эффект фактора принадлежности к государству для показателей по когнитивным тестам чувства числа, скорости переработки информации, пространственной памяти и успешности в решении математических заданий. При этом наибольший размер эффекта был показан для такого аспекта чувства числа, как умение воспринимать без счета некоторое множество объектов и оперировать этим множеством. Для другого аспекта чувства числа – умения соотносить символически и не символически выраженное количество – также был обнаружен значительный эффект фактора принадлежности к государству. Тот факт, что наибольшие различия получены для чувства числа – характеристики, находящейся под меньшим влиянием формального образования, чем, например, математические задания, – представляет собой интересный феномен. Кросскультурное различие по показателям чувства числа может быть объяснено более высокими результатами британских старшеклассников в выполнении математических тестовых заданий. Предположительно, именно показатели успешности в математике влияют на различные аспекты чувства числа, а не наоборот.

Наименьший размер эффекта влияния фактора принадлежности к государству получен для теста математической успешности с ограничением во времени. При этом значимые различия средних между двумя анализируемыми выборками по всем анализируемым когнитивным тестам и тестам математической успешности в пользу британских старшеклассников.

Эффект фактора принадлежности к полу оказался значимым для показателя успешности решения математических заданий без ограничения во времени. Этот результат согласуется с рядом исследований, в которых, в частности, говориться о превосходстве мужчин в решении задач на пространственную память и в достижениях в математике (Bull et al., 2010 и др.), естественных науках, технике, инжиниринге и наукоемких отраслях в целом (например, (Wai et al., 2008)). Однако следует отметить, что размер эффекта принадлежности к полу является незначительным.

Корреляционный анализ продемонстрировал сходную структуру взаимосвязей когнитивных характеристик и успешности в математике на выборках российских и британских старшеклассников. Исключение составил показатель скорости переработки информации – на британской выборке обнаружено б*о*льшее количество взаимосвязей с другими когнитивными характеристиками и математической успешностью. Это факт может быть объяснен неравенством дисперсий по этому тестовому показателю. Для корректной интерпретации этих результатов необходимы дальнейшие исследования.

Рассматриваемые когнитивные характеристики анализировались как предикторы успешности российских и английских обучающихся старшего школьного возраста в решении математических заданий. Обращают на себя внимание существенно более высокие значения коэффициентов детерминации, полученных на британской выборке. В частности, на российской выборке 20% и 15% дисперсий двух показателей математической успешности обусловлены воздействием трех когнитивных предикторов – двух аспектов чувства числа и пространственной памяти. На британской выборке процент объясненной дисперсии показателей математической успешности достигает значения в 38% для показателя по тесту «Понимание чисел» и 31% – для математической беглости.

Обнаруженные в данном исследовании кросскультурные различия, возможно, отражают различия в образовательных системах двух государств. Образовательная система Великобритании более унифицирована и следует жестко регламентированному учебному плану. Согласно Национальным Стандартам (National Curriculum) все государственные образовательные учебные заведения Англии обязаны следовать общенациональной учебной программе (<http://www.education.gov.uk/schools/teachingandlearning/curriculum/nationalcurriculum2014>).

В российских школах практикуется преподавание учебных дисциплин по разнообразным образовательным программам и учебно-методическим комплексам внутри этих программ. Так, в одном образовательном учреждении в одной параллели классов может использоваться целый спектр образовательных программ – от традиционных (например, «Школа России») до развивающих (например, система развивающего обучения Л.В. Занкова). Более того, каждый учитель, например, начальной школы, преподающий разные дисциплины в одном классе, имеет возможность выбора учебно-методических комплексов по предметам из разнообразного спектра образовательных программ. Так, ученики одного класса могут осваивать математику по традиционной программе, а русским языком заниматься по системе развивающего обучения.

Таким образом, в российской образовательной среде – более разнородной относительно программ обучения – влияние когнитивных показателей может быть меньше, чем в унифицированной британской образовательной системе. В то же время в условиях разнородной образовательной среды мотивационные и личностные особенности, возможно, оказывают б*о*льшее влияние на показатели успешности в решении математических заданий.

В качестве значимых предикторов успешности российских старшеклассников в решении математических заданий и с ограничением во времени и без временного интервала стабильно выявляются 1) умение точно устанавливать позицию числа на линии, 2) умение сравнивать не символически выраженные количества и 3) объем пространственной памяти.

На выборке британских старшеклассников выявляются следующие когнитивные предикторы для показателей успешности различных математических тестов. Так, для скоростного математического теста значимыми предикторами являются все показатели чувства числа, включая и умение соотносить символически и не символически выраженное количество, а также показатель пространственной памяти. Для математического задания без ограничения во времени предикторами оказались два показателя чувства числа, пространственная память и скорость переработки информации.

Таким образом, основным результатом регрессионного анализа на выборках России и Великобритании явилось обнаружение сходства в структурах взаимосвязей когнитивных характеристик и математической успешности. Отличием являются показатели скорости переработки информации и умения соотносить символически и не символически выраженное количество, которые явились значимыми предикторами успешности в математике на выборке Великобритании. Однако, по нашему мнению, этот результат множественной регрессии является следствием неравенства дисперсий по этим двум показателям.

На объединенной выборке старших школьников России и Великобритании множественная регрессия на два показателя математической успешности с помощью анализируемых когнитивных характеристик и факта принадлежности к государству позволила объяснить 24% и 23% дисперсий показателей по математическим тестовым заданиям с ограничением и без ограничения во времени соответственно.

Принадлежность к государству явилась значимым предиктором успешности старшеклассников в решении математических заданий с ограничением во времени (β=0.25 при *р*< 0.01) и без ограничения во времени (β=0.09 при *р*< 0.05), что говорит о важности исследования образовательных систем государств.

Следует отметить, что для обоих показателей успешности в математике стабильно выявляются следующие когнитивные предикторы. Во-первых, полученные результаты указывают на важность показателя пространственной памяти в решении математических заданий. Этот результат отлично согласуется с работами в области изучения когнитивных основ успешности в математике (например, Bull et al., 1999). Следует отметить выраженное значение β-коэффициентов для показателей по тесту, диагностирующему объем визуально-пространственной памяти: 0.19 при уровне значимости p<0.01.

Во-вторых, регрессионный анализ на изучаемых выборках предсказал показатели успешности в математике, в том числе, с помощью показателя по тестам чувства числа – «Числовая линия» и «Чувство числа». В литературе неоднократно указывается, что наиболее выраженные взаимосвязи с показателями успешности в математике обнаруживает такой аспект чувства числа, как установление точной позиции числа на ментальной линии (Siegler et al., 2003). Результаты, полученные на выборках России и Великобритании, подтверждают этот факт.

Таким образом, результаты указывают на универсальность и значение показателей пространственной памяти и чувства числа в решении математических заданий и хорошо согласуются с результатами имеющихся в этой области исследовательской проблематики работ (например, Siegler et al., 2003; Halberda et al., 2008; Bull et al., 1999). Следует однако отметить, что значительный процент вариативности в успешности выполнения математических заданий в данном исследовании осталась необъясненным.

Очевидно, что факторы, анализируемые в данном исследовании, не исчерпывают все многообразие влияний на структуру взаимосвязей когнитивных характеристик и математической успешности. Иные социокультурные влияния могут приводить к различиям в исследуемых популяциях. К числу таких факторов могут относиться, например, степень поддержки со стороны родителей, особенности учителя и школы в целом (обсуждение этих факторов приводится, например, в работах Малых, Тихомирова, Ковас, 2012; Petrides, Chamorro-Premuzic, Frederickson, Furnham, 2005; Strand, 2003). При этом социокультурные факторы, влияющие на уровень и структуру когнитивных показателей и академической успешности, не одномерны и не статичны. Дальнейшие исследования в этой области связаны с лонгитюдным анализом структуры взаимосвязей с включением выборок, принадлежащих к иным культурным общностям и возрастным группам.

**ВЫВОДЫ**

1. Статистически достоверная умеренная взаимосвязь между двумя тестовыми показателями успешности выполнения математических заданий подтверждает гипотезу о возможном использовании различных когнитивных, мотивационных и эмоциональных ресурсов при решении математических заданий с ограничениями и без ограничений во времени.
2. Выявлен статистически значимый эффект фактора принадлежности к государству для показателей по когнитивным тестам чувства числа, скорости переработки информации, пространственной памяти и успешности в решении математических заданий. Наибольший размер эффекта был обнаружен для показателей чувства числа – умения воспринимать без счета некоторое количество объектов и соотносить символически и не символически выраженное количество.
3. Для показателя успешности в решении математических заданий с ограничением во времени обнаружен статистически значимый, но незначительный эффект принадлежности к полу: юноши оказались успешнее в выполнении скоростных математических тестовых заданий.
4. Структура взаимосвязей когнитивных характеристик и успешности учащихся старшего школьного возраста в решении математических заданий в Российской Федерации и Великобритании оказывается сходной.
5. В унифицированной образовательной среде роль когнитивных характеристик в успешности обучающихся старшего школьного возраста в решении математических заданий, возможно, выше, чем в более разнородной образовательной среде.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. *Дружинин В.Н.* Психология общих способностей.3-е изд. СПб.: Питер, 2007.
2. *Дружинин В.Н.* Психология общих способностей.– М.: «Лантерна-Вита», 1995.
3. *Ковас Ю.В., Тихомирова Т.Н., Малых С.Б.* Проблема стабильности и изменчивости общих способностей в психогенетике // Вопр. психол. 2011. № 6. С. 44–54.
4. *Малых С.Б., Тихомирова Т.Н., Ковас Ю.В.* Индивидуальные различия в способностях к обучению: возможности и перспективы психогенетических исследований // Вопросы образования. 2012. – №4.– С. 186-199.
5. *Малых С.Б.* Проблема развития интеллекта в психогенетике // Когнитивные исследования: Проблема развития. Сборник научных трудов: Вып.3 / Под ред. Д.В. Ушакова. – М.: Изд-во «Институт психологии РАН», 2009. С. 287–302.
6. *Тихомирова Т.Н.* Взаимосвязь показателей общего интеллекта и успешности в обучении// Знание. Понимание. Умение. 2011. – № 4.– С. 207-213.
7. *Тихомирова Т.Н., Ковас Ю.В.* Взаимосвязь когнитивных характеристик учащихся и успешности решения математических заданий (на примере старшего школьного возраста) // Психологический журнал. 2013. – Т.34 . №1.– С. 35-45.
8. *Bennetto L., Pennington B.F., Porter D., Taylor A.K., Hagerman R.J.* Profile of cognitive functioning in women with the fragile X mutation // Neuropsychology. 2001. V.15. P. 290–299.
9. *Berry J.W., Poortinga Y.H., Segall M.N., Dasen P.R.* Cross-Cultural Psychology. Research and Applications. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.
10. *Bull R., Davidson W.A., Nordmann E.* Prenatal testosterone, visual-spatial memory, and numerical skills in young children // Learning and Individual Differences. 2010. V. 20. P. 246–250.
11. *Bull R., Espy K.A., Wiebe S.A.* Short-Term Memory, Working Memory, and Executive Functioning in Preschoolers: Longitudinal Predictors of Mathematical Achievement at Age 7 Years // Developmental Neuropsychology. 2008. V.33. P. 205–228.
12. *Bull R., Johnston R.S., Roy J.A.* Exploring the roles of the visuo-spatial sketch pad and central executive in children’s arithmetical skills: Views from cognition and developmental neuropsychology. Developmental Neuropsychology.1999. V. *15*. P. 421-442.
13. *Butterworth B., Kovas Y.* Understanding Neurocognitive Developmental Disorders Can Improve Education for All. Science. 2013. V. 340. No.6130. P. 200–205.
14. *Butterworth B., Varma S., Laurillard D.* Dyscalculia: from brain to education. Science. 2011. V. 332. No.6033. P. 1049–1053.
15. *Chaddock R.E.*Principles and Methods of Statistics**.** Boston, 1925.
16. *Colom R., Lynn R.* Testing the developmental theory of sex differences in intelligence on 12-18 year olds // Personality and individual differences. 2004. 36, 75-82.
17. *Deary I.J., Der G., Ford G.* Reaction times and intelligence differences. A population-based cohort study // Intelligence. 2001. V. 29. P. 389–399.
18. *Deary I.J., Strand S., Smith P., Fernandez C.* Intelligence and educational achievement // Intelligence. 2007. V. 35. P. 13–21.
19. *Deary I.J., Strand S., Smith P., Fernandez C.* Intelligence and educational achievement // Intelligence. 2007. V. 35. P. 13–21.
20. *Fuchs L.S., Fuchs D.* Mathematical problem solving: Instructional intervention // In Berch D.B., Mazzocco M.M. (Eds.). Why is math so hard for some children? The nature and origins of children’s mathematical learning difficulties and disabilities. Baltimore: Brookes, 2007. P. 397–414.
21. *Gottfredson L.S.* Schools and the “g” factor // The Wilson Quarterly. 2004. V. 28. No. 3. P. 35–45.
22. *Halberda J., Mazzocco M.M.М., Feigenson L****.*** Individual differences in nonverbal estimation ability predict maths achievement // Nature. 2008. V. 455. P. 665–668.
23. *Halpern D.F., Benbow C.P., Geary D.C., Gur R.C., Hyde J.S., Gernsbacher M.A.* The Science of Sex Differences in Science and Mathematics // Psychological Science in the Public Interest. 2007. V. 8. P. 1–51.
24. [*InglisHYPERLINK "http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed?term=%22Inglis%20M%22%5BAuthor%5D" M*](http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed?term=%22Inglis%20M%22%5BAuthor%5D)*.,* [*AttridgeHYPERLINK "http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed?term=%22Attridge%20N%22%5BAuthor%5D" N*](http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed?term=%22Attridge%20N%22%5BAuthor%5D)*.,* [*BatchelorHYPERLINK "http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed?term=%22Batchelor%20S%22%5BAuthor%5D" S*](http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed?term=%22Batchelor%20S%22%5BAuthor%5D)*.,* [*Gilmore C*](http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed?term=%22Gilmore%20C%22%5BAuthor%5D)*.* Non-verbal number acuity correlates with symbolic mathematics achievement: but only in children. [PsychonHYPERLINK "http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/21898191" Bull Rev.](http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/21898191) 2011. V.18. No.6.P.1222–1229.
25. *Kovas Y., Haworth C.M.A., Dale P.S., Plomin R.* The genetic and environmental origins of learning abilities and disabilities in the early school years. London: SRCD, 2007.
26. *Kovas Y., Petrill S.A., Plomin R.* The origins of diverse domains of mathematics: Generalist genes but specialist environments. Journal of Educational Psychology,2007, 99, 128-139.
27. *Lynn R., Irwing P.* Sex differences on the Progressive Matrices: a meta-analysis. Intelligence. 2004. 32, 481-498.
28. *Matsumoto D., Van de Vijver F.J.R.* (Eds.). Cross-cultural research methods in psychology. Cambridge: Cambridge University Press, 2011.
29. *Mazzocco M.M.M., Feigenson L., Halberda J.* Preschoolers' Precision of the Approximate Number System Predicts Later School Mathematics Performance. 2011. PLoS ONE 6(9): e23749. doi:10.1371/journal.pone.0023749
30. *Murphy M.M, Mazzocco M.M.* Mathematics learning disabilities in girls with fragile X or Turner syndrome during late elementary school // Journ. of learning disabilities***.***2008. V. 41. P. 29–46.
31. *Opfer J.E., Siegler R.S.* Representational change and children’s numerical estimation // Cognitive Psychology. 2007. V. 55. P. 169–195.
32. *Pagulayan K.F., Busch R.M., Medina K.L., Bartok J.A., Krikorian R.* Developmental Normative Data for the Corsi Block-Tapping Task *//* Journ. of Clinical and Experimental Neuropsychology. 2006. V.28. No. 6. P. 1043–1052.
33. *Petrides K.V., Chamorro-Premuzic T., Frederickson N., Furnham A.* Explaining individual differences in scholastic behaviour and achievement //    British Journal of Educational Psychology. – 2005. – v. 75. – p. 239-255.
34. *Plomin R., DeFries J.C., Knopik V.S., Neiderhiser J.M.* Behavioral Genetics. 6th ed. New York: Worth Publishers, 2012.
35. *Semmes R., Davison M.L., Close C.* Modeling Individual Differences in Numerical Reasoning Speed as a Random Effect of Response Time Limits // Applied Psychological Measurement. 2011. V. 35. No. 6. P. 433–446.
36. *Siegler R.S., Opfer J.E.* The development of numerical estimation: evidence for multiple representations of numerical quantity // Psychological Science. 2003. V. 14. P. 237–243.
37. *Soltész F., Scőz D., Scőz L.* Relationship between magnitude representation, counting and memory in 4- to 7-year old children: A developmental study // Behav. and Brain Functions. 2010. V. 6. P. 13.
38. *Sternberg R.J., Grigorenko E.L., Bundy D.A.* The Predictive Value of IQ // Merrill-Palmer Quarterly. – 2001. - v. 47. №1, - p. 1-41.
39. *Strand S.* Getting the best from CAT: A practical guide for secondary schools. London, 2003.
40. *Van de Vijver F.J.R.* Culture and Psycology: A SWOT analysis of cross-cultural psychology. In Q. Jing, H. Zhang, & K. Zhang (Eds.) Psychological Science around the world (Vol. 2, pp. 279-298). London: Psychology Press, 2006.
41. *Van Herwegen J., Ansari D., Xu F., Karmiloff-Smith A.* Small and large number processing in infants and toddlers with Williams syndrome // Developmental Science. 2008. V. 11. N. 5. P. 637-643.
42. *Wai J., Lubinski D., Benbow C.P.* Spatial Ability for STEM Domains: Aligning Over 50 Years of Cumulative Psychological Knowledge Solidifies Its Importance // Journ. of Educational Psychology. 2008. V. 101. P. 817–835.

**COGNITIVE CHARACTERISTICS AND MATHЕMATICAL ACHIEVEMENT**

**IN HIGH SCHOOL STUDENTS: CROSS-CULTURAL ANALYSES**

**Т.N. Tikhomirova\*, S.B. Malykh\*\*, M.G. Tosto\*\*\*, Y.V. Kovas\*\*\*\***

*\*PhD, Senior researcher, Federal State-financed Establishment of the Russian Academyof Sciences, Institute of Psychology RAS, Moscow*

*\*\** *Member of RAE,* *Sc.D. (psychology), Deputy Director for Science of Federal State-financed Establishment of the Russian Academy of Education, Psychological Institute RAE, Moscow*

*\*\*\* PhD, Researcher, International Laboratory for Interdisciplinary Investigations into Individual Differences in Learning, Goldsmiths, University of London, London*

*\*\*\****\*** *PhD, Director of International Laboratory for Interdisciplinary Investigations into Individual Differences in Learning, Goldsmiths, University of London, London; Head of Laboratory for Cognitive Investigations and Behavioural Genetics, Department of Psychology of Tomsk State University, Tomsk*

**ABSTRACT**

*Key words:* cross-cultural analyses, educational environment, individual differences, gender differences, speed of processing, visuo-spatial memory, number sense, mathematical achievement, high-school students

The report presents the cross-cultural study of cognitive characteristics – number sense, spatial memory, and speed of processing – in their relation to the variation in mathematical achievement in high school students from UK and the Russian Federation. Analyses of variance showed statistically significant average differences between the two countries on all assessed variables. The results of the multiple regression identified three universal cognitive predictors of mathematical achievement: (1) the precision of placement of a number on a mental number line; (2) the ability to compare non-symbolic numerosities; and (2) and the spatial working memory capacity. The results of the cross-cultural comparisons are interpreted in the context of the two educational systems.

1. Работа выполнена при поддержке гранта Правительства Российской Федерации для государственной поддержки научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских образовательных учреждениях высшего профессионального образования, № 11.G34.31.0043. [↑](#footnote-ref-2)